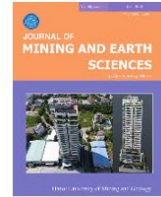




Journal of Mining and Earth Sciences

Website: <http://jmes.humg.edu.vn>



Closed-form solution for determination of pore pressure field around horizontal wellbore



Hung Nam Tran ^{1,*}, Nga Thu Thi Nguyen ¹, Truong Hung Trieu ²

¹ Le Quy Don Technical University, Hanoi, Viet Nam

² Hanoi University of Mining and Geology, Hanoi, Viet Nam

ARTICLE INFO

Article history:

Received 24th Mar. 2022

Revised 05th July 2022

Accepted 31st July 2022

Keywords:

Closed-form solution,
Deep geology,
Fluid flow,
Horizontal wellbore,
Pore pressure,
Water inflow.

ABSTRACT

Wellbores are usually located in saturated geological layers. The determination of pore water pressure field around the wellbore is necessary during the design calculation and drilling stages. This paper presents analytical approach to determine the pore water pressure field around a horizontal wellbore at deep geological layer that exhibits heterogeneous, isotropic or transversely isotropic behavior. Thus, the wellbore is considered to be in an infinite medium. The pore water pressure at the well wall, equal to the drilling mud pressure, together with the pore water pressure at infinity is assumed to be constant. The closed-form solutions are based on the theory of fluid transport in porous medium and the conformal mapping technique of the complex variable method. The closed-form solutions are established with the condition of transient fluid flow for the case of isotropic medium and with the condition of steady state fluid flow for the case of transversely isotropic medium. The accuracy of the closed-form solutions is validated by numerical solutions based on the finite element method. The obtained solutions can be used as tools to determine quickly and accurately the pore pressure field around the horizontal wellbore, which serves to evaluate the stability of the well wall in preliminary design of the wellbore, as well as the amount of water inflow into it. Furthermore, the closed-form solutions are also considered as reference solutions to evaluate the accuracy and reliability of numerical models.

Copyright © 2022 Hanoi University of Mining and Geology. All rights reserved.

*Corresponding author

E - mail: tranhung@lqdtu.edu.vn

DOI: 10.46326/JMES.2022.63(4).09



Tạp chí Khoa học Kỹ thuật Mỏ - Địa chất

Trang điện tử: <http://tapchi.humg.edu.vn>



Lời giải giải tích xác định trường áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng khoan nằm ngang

Trần Nam Hưng^{1,*}, Nguyễn Thị Thu Nga¹, Triệu Hùng Trường²

¹ Đại học kỹ thuật Lê Quý Đôn, Hà Nội, Việt Nam

² Trường Đại học Mỏ - Địa chất, Hà Nội, Việt Nam

THÔNG TIN BÀI BÁO

Quá trình:

Nhận bài 24/3/2022

Sửa xong 05/7/2022

Chấp nhận đăng 31/7/2022

Từ khóa:

Áp lực nước lỗ rỗng,

Dòng thấm,

Địa chất sâu,

Giếng khoan nằm ngang,

Lời giải giải tích,

Lưu lượng nước.

TÓM TẮT

Giếng khoan thường được đặt trong môi trường địa chất bão hòa nước. Việc xác định trường áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng là cần thiết trong quá trình tính toán thiết kế và thi công giếng khoan. Bài báo này trình bày cách tiếp cận giải tích để xác định trường áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng khoan nằm ngang ở tầng địa chất sâu đồng nhất, đẳng hướng hoặc đẳng hướng ngang. Khi đó, giếng khoan được coi là nằm trong môi trường vô hạn. Áp lực nước lỗ rỗng ở vách giếng, bằng với áp lực dung dịch khoan, cùng với áp lực nước lỗ rỗng ở vô cùng được giả thiết là không đổi. Các lời giải giải tích được xây dựng dựa trên lý thuyết về sự vận chuyển chất lỏng trong môi trường có lỗ rỗng và kỹ thuật ánh xạ bảo giác của phương pháp biến phức. Lời giải được xây dựng với điều kiện dòng thấm không ổn định cho trường hợp môi trường đẳng hướng cùng với điều kiện dòng thấm ổn định cho trường hợp môi trường đẳng hướng ngang. Độ chính xác của các lời giải giải tích được xác nhận bằng việc so sánh các kết quả của chúng với các kết quả mô phỏng số dựa trên phương pháp phần tử hữu hạn. Các lời giải nhận được có thể được sử dụng như những công cụ để xác định nhanh chóng và chính xác trường áp lực lỗ rỗng xung quanh giếng khoan nằm ngang phục vụ đánh giá sự ổn định của vách giếng trong quá trình thiết kế sơ bộ giếng khoan cũng như lượng nước chảy về giếng. Ngoài ra, các lời giải giải tích cũng có thể được dùng như những lời giải tham chiếu để đánh giá độ chính xác và độ tin cậy của các mô hình số.

© 2022 Trường Đại học Mỏ - Địa chất. Tất cả các quyền được bảo đảm.

1. Mở đầu

Tại Việt Nam, việc tính toán giếng khoan hoặc các lỗ đào (như là đường hầm) theo tiếp cận giải

tích vẫn thường dựa trên phương pháp tính toán hàm tròn đặt sâu kinh điển là phương pháp Hội tụ - Không chế hội tụ với việc bỏ qua yếu tố thủy lực trong môi trường xung quanh lỗ đào (Trần, 2020; Nguyễn, 2019; Vũ và Đỗ, 2012). Do đó, các nghiên cứu này không thấy được ảnh hưởng của trường áp lực nước lỗ rỗng đến trạng thái ứng suất-biến dạng của khối đất đá xung quanh và chưa dự báo được lượng nước chảy về giếng/lỗ đào. Cùng

*Tác giả liên hệ

E - mail: tranhung@lqdtu.edu.vn

DOI: 10.46326/JMES.2022.63(4).09

hướng tiếp cận, một số tác giả nước ngoài đã có các nghiên cứu về chủ đề này (El Tani, 2003; Park và nnk., 2008; Ming và nnk., 2010). Tuy nhiên, các lời giải cho bài toán giếng xả vẫn thường tập trung vào xác định cột áp thủy tĩnh mà thường ít chú trọng tới dòng thấm xung quanh giếng là đại lượng ảnh hưởng lớn đến trạng thái ứng suất hiệu quả của khối đá xung quanh giếng. Việc hiểu rõ được dòng thấm xung quanh giếng (bao gồm phân bố áp lực nước lỗ rỗng và lưu lượng nước chảy về giếng) là rất quan trọng trong thiết kế và thi công một giếng khoan trong môi trường bão hòa.

Tính toán số được sử dụng khá nhiều trong thiết kế giếng khoan/lỗ đào, chẳng hạn như sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn hoặc sai phân hữu hạn. Phương pháp này có ưu điểm là có thể tìm được lời giải của bài toán với nhiều điều kiện biên khác nhau. Tuy nhiên việc thực hiện các mô phỏng số đôi khi mất nhiều thời gian tính toán, một số bài toán còn đòi hỏi cấu hình máy tính khá cao.

Trong tính toán thiết kế giếng khoan, phương pháp giải tích có thể được sử dụng trong giai đoạn thiết kế sơ bộ với lợi ích mang lại là cho lời giải nhanh, chính xác mặc dù bị giới hạn bởi một số điều kiện biên đơn giản hóa. Kết quả của lời giải giải tích có thể giúp đưa ra các giải pháp định hướng cho thiết kế ổn định giếng khoan cũng như tính toán lượng nước chảy về giếng và tính toán xác định áp lực dung dịch khoan (áp lực bùn) hợp lý bơm vào giếng để đảm bảo ổn định vách giếng. Thêm vào đó, lời giải giải tích cũng được xem như là một lời giải đối chứng để đánh giá độ chính xác của một mô hình số trước khi được áp dụng cho những trường hợp phức tạp hơn.

Bài báo này trình bày các lời giải giải tích để tìm sự phân bố của trường áp lực nước lỗ rỗng trong môi trường đất đá xung quanh giếng khoan nằm ngang được đặt trong tầng địa chất sâu bão hòa không áp với các trường hợp khác nhau là giếng đặt trong môi trường đẳng hướng hoặc bất đẳng hướng.

Trong quá trình xây dựng giếng, khi có sự chênh áp, nước chảy từ vỉa vào giếng sẽ dẫn đến mức độ nhiễm bẩn của khu vực xung quanh thành giếng. Dung dịch khoan cũng có thể làm hình thành lớp vỏ sét trên thành giếng khoan. Bên cạnh đó, sự nứt nẻ khối đá xung quanh giếng trong quá trình thi công cũng có thể xảy ra. Trong phạm vi

nghiên cứu này, những yếu tố đó chưa được xét đến.

2. Xác định trường phân bố áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng khoan trong môi trường đồng nhất, đẳng hướng

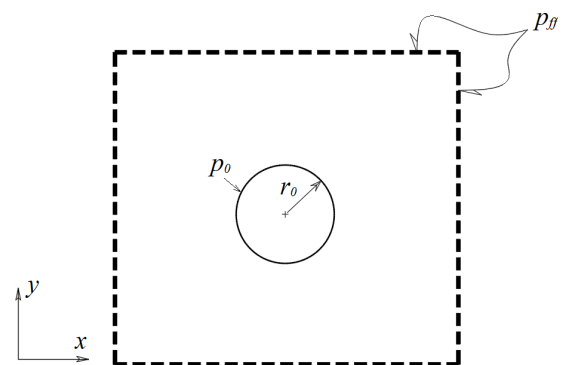
2.1. Mô tả bài toán

Xét một giếng khoan nằm ngang bán kính r_0 được khoan ở tầng địa chất sâu bão hòa, đàn hồi tuyến tính, đồng nhất và đẳng hướng. Mặt cắt ngang của giếng nằm trong mặt phẳng $x-y$ và trục giếng khoan nằm trên trục z của hệ trục tọa độ Đề-các vuông góc (Hình 1). Vì giếng được khoan ở độ sâu lớn và/hoặc bán kính của giếng khoan nhỏ nên có thể coi giếng khoan nằm trong môi trường vô hạn. Giả thiết rằng áp lực nước lỗ rỗng ở trên vách giếng là p_0 (là hằng số) trong khi ở vô cùng là p_{∞} (là áp lực nước lỗ rỗng ban đầu của môi trường khi chưa có giếng).

Sự xuất hiện của giếng khoan sẽ gây ra sự tái phân bố áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng và nhiệm vụ của bài toán là xác định sự tái phân bố áp lực nước lỗ rỗng này.

2.2. Lời giải xác định trường áp lực nước lỗ rỗng trong môi trường xung quanh giếng khoan

Dòng thấm hướng vào giếng xả khi xả đáy hoặc đường hầm với điều kiện cột áp tại vách giếng và hầm không đổi, đây là bài toán kinh điển được Jacob và Lohman nghiên cứu bằng phương pháp giải tích lần đầu tiên vào năm 1952 (Jacob và



Hình 1. Giếng khoan nằm ngang trong môi trường đồng nhất, đẳng hướng và bão hòa.

Lohman, 1952). Kể từ đó, lời giải này được sử dụng làm công thức tham chiếu để đánh giá lưu lượng phụ thuộc thời gian tại giếng hoặc đường hầm. Tuy nhiên, dựa vào hàm Green và các phép biến đổi tích phân, lời giải tích này được biểu thị dưới dạng hàm của các hàm Bessel bậc 0 loại thứ nhất và thứ hai. Giá trị của hàm Bessel chỉ được xác định bằng phương pháp thử dần. Điều này gây phức tạp và khó khăn trong thực hành tính toán.

Để khắc phục những nhược điểm này, Perrochet (2005) đã trình bày phương pháp thay thế đơn giản hơn về bản chất nhưng mang lại kết quả cơ bản giống như phương pháp của Jacob và Lohman cho bài toán giếng xả. Ý tưởng chính của phương pháp này là, tại một thời điểm nhất định, cột áp ở một khoảng cách nào đó tính từ tâm giếng xả gần như không bị ảnh hưởng bởi sự nhiễu loạn cột áp do sự hiện diện của giếng gây ra, khi đó lời giải phụ thuộc thời gian (trạng thái không ổn định) của phương trình khuếch tán xuyên tâm có thể nhận được dưới dạng lấy liên tiếp các “ảnh chụp” tức thời trạng thái ổn định của dòng thấm sử dụng bán kính phụ thuộc thời gian $R_w(t)$. Một cách chính xác hơn là, tại mỗi thời điểm, sự nhiễu loạn của cột áp gây ra bởi giếng chỉ xảy ra trong vùng bên trong của vòng tròn có bán kính $R_w(t)$ tính từ tâm giếng và ngoài khoảng cách này, cột áp lực bằng với cột áp lực ban đầu. Là một hàm của thời gian, bán kính ảnh hưởng $R_w(t)$ này sẽ mở rộng từ r_0 (trường hợp giếng được đào ngay lập tức) đến giá trị $R = R_w(t = \infty)$. Giá trị $R_w(t = \infty)$ tương ứng với bán kính ảnh hưởng ở trạng thái ổn định của dòng thấm, có nghĩa là một khoảng cách đủ xa so với tâm giếng.

Phương pháp đơn giản hóa này của Perrochet là một công cụ mạnh mẽ, đặc biệt hữu ích cho thực hành tính toán và được vận dụng, hiệu chỉnh

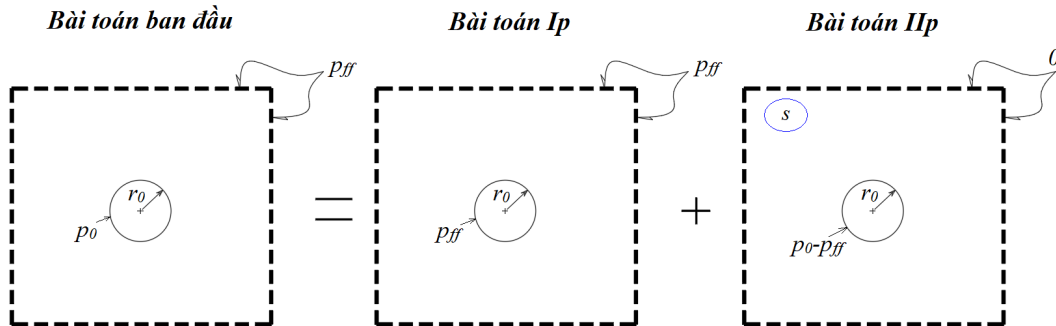
nhằm xác định trường áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng khoan cũng như lưu lượng nước chảy về giếng khoan trong bài báo này.

Như minh họa trong Hình 2, bài toán thủy lực thuần túy nghiên cứu sự phân bố theo thời gian của áp lực nước lỗ rỗng p mà giá trị của nó giảm đột ngột tới giá trị p_0 trên vách giếng trong khi nó bằng với áp lực nước lỗ rỗng ban đầu p_{ff} ở vô cùng. Bài toán xem xét có thể được giải quyết bằng cách phân tách thành hai bài toán nhỏ: bài toán thứ nhất (bài toán I_p) tương ứng với trường hợp giếng được khoan ngay lập tức trong môi trường bão hòa với sự phân bố đồng đều của áp lực nước lỗ rỗng (p_{ff}) trong khi bài toán thứ hai (bài toán II_p) là dòng thấm nhất thời gây ra bởi sự chênh lệch của áp lực nước lỗ rỗng từ $(p_0 - p_{ff})$ tại vách giếng đến giá trị bằng 0 ở vô cùng. Như vậy, có thể thấy rằng, việc giải bài toán ban đầu giờ đây được chia thành giải hai bài toán: bài toán I_p và bài toán II_p trong đó bài toán II_p sẽ được dựa trên tiếp cận của Perrochet (2005) với các hiệu chỉnh từ cột áp lực sang áp lực nước lỗ rỗng.

Lời giải của bài toán I_p là đơn giản khi phân bố áp lực nước lỗ rỗng đồng đều trong khối đá xung quanh giếng. Do vậy, bài toán II_p mà lời giải của nó phải được kiểm tra theo tất cả các điều kiện biên tại mọi thời điểm. Sau đó, dựa trên nguyên lý chồng chất nghiệm, sẽ cho ra lời giải hoàn chỉnh của bài toán ban đầu cho dòng thấm ở trạng thái không ổn định (phụ thuộc thời gian).

Các diễn giải toán học được trình bày dưới đây với các đại lượng có đơn vị tuân theo hệ SI.

Trước hết, viết lại phương trình dòng thấm không ổn định của bài toán II_p trong khuôn khổ của môi trường đẳng hướng như sau (Wang, 2000):



Hình 2. Chia bài toán ban đầu thành hai bài toán thành phần.

$$k \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + k \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} = \gamma_w \frac{\partial \chi}{\partial t} \quad (1)$$

Trong đó: k - hệ số thấm đẳng hướng của môi trường; s - áp lực nước lỗ rỗng; p - tổng áp lực nước lỗ rỗng; γ_w - dung trọng thể tích của nước lỗ rỗng; χ - sự thay đổi của thể tích nước lỗ rỗng trong một đơn vị thể tích vật liệu.

Các điều kiện biên của bài toán bao gồm áp lực nước lỗ rỗng bằng 0 ($s_{ff}=0$) ở vô cùng và bằng $s_0=p_0-p_{ff}$ tại vách giếng, trong khi đó áp lực lỗ rỗng ở trạng thái ban đầu ($t=0$) bằng 0:

$$s(r, 0) = 0, s(r_0, t) = s_0, s(\infty, t) = s_{ff} = 0 \quad (2)$$

Mặt khác, trong khuôn khổ tương tác một chiều (từ thủy lực đến cơ học) của lý thuyết đàn hồi vật thể có lỗ rỗng (Wang, 2000), sự thay đổi của thể tích chất lỏng (trên một đơn vị thể tích vật liệu) có liên quan đến áp lực nước lỗ rỗng và mô-đun Biot M như sau:

$$s(r, 0) = M\chi \quad (3)$$

Đối với vật liệu đá cứng, mô-đun Biot có thể được xác định bởi quan hệ $M=K_f/\phi$ (Wang, 2000), với K_f - mô-đun nén của nước; ϕ - độ rỗng của môi trường.

Thay phương trình (3) vào (1), ta có:

$$k \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + k \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} = \frac{\gamma_w}{M} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (4)$$

Với giả thiết về môi trường đẳng hướng, ta có dòng thấm về giếng là dòng xuyên tâm, và do đó trong hệ tọa độ cực phương trình khuếch tán có thể được viết lại dưới dạng sau:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rk \frac{\partial s}{\partial r} \right) = S^* \frac{\partial s}{\partial t} \quad (5)$$

Trong đó:

$$S^* = \frac{\gamma_w}{M}, r_0 \leq r \leq \infty, 0 \leq t \leq \infty \quad (6)$$

Nhân cả 2 vế của phương trình (5) với 2π , nhận được dạng như sau:

$$\partial \left(2\pi rk \frac{\partial s}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (2\pi rsS^*) \partial r \quad (7)$$

Thêm vào đó, theo định luật Darcy (Wang, 2000), lưu lượng nước thông qua chu vi của giếng xác định bởi biểu thức:

$$Q(t) = -2\pi r_0 k \frac{\partial s}{\partial r} (r_0, t) \quad (8)$$

Như đã trình bày ở trên, lời giải phụ thuộc thời gian của phương trình (5) có thể được giải quyết dưới dạng lấy liên tiếp các “ảnh chụp” tức thời trạng thái ổn định của áp lực nước lỗ rỗng $s(r,t)$ theo một khoảng cách (bán kính) phụ thuộc thời gian $R_w(t)$ (Hình 3). Khoảng cách này được gọi là ranh giới giữa vùng có dòng thấm, vùng bên trong bán kính $R_w(t)$, vùng không có dòng thấm bên ngoài bán kính $R_w(t)$. Trong đó, sự nhiễu loạn của áp lực nước lỗ rỗng có thể xảy ra bị hạn chế trong phạm vi $r_0 \leq r \leq R_w(t)$ và các điều kiện biên của bài toán IIp có thể được sửa đổi như sau:

$$s(r_0, t) = s_0, \frac{\partial s}{\partial r} (R_w(t), t) = 0, s(R_w(t), t) = 0 \quad (9)$$

Bằng việc tích phân phương trình (7) trên miền nằm bên trong bán kính $R_w(t)$ sẽ nhận được quan hệ sau:

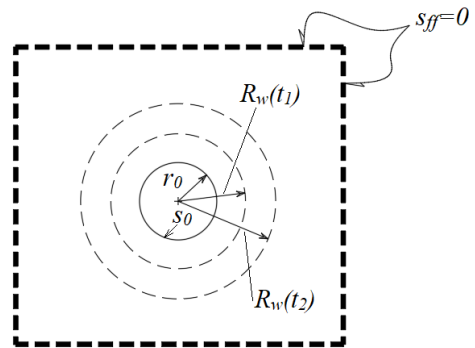
$$-2\pi r_0 k \frac{\partial s}{\partial r} (r_0, t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{r_0}^{R_w(t)} 2\pi rsS^* dr \quad (10)$$

Vì vậy, bằng việc tính đến phương trình (8) có:

$$Q(t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{r_0}^{R_w(t)} 2\pi rsS^* dr = \frac{\partial V(t)}{\partial t} \quad (11)$$

Trong đó: $V(t)$ - thể tích nước tích lũy.

Vì giả thiết rằng sự diễn tiến của áp lực nước lỗ rỗng có thể được giải quyết bằng việc lấy liên tiếp các “ảnh chụp” khoảnh khắc trong trạng thái



Hình 3. Bán kính ảnh hưởng phụ thuộc thời gian $R_w(t)$.

ổn định của hàm $s(r,t)$ theo các bán kính ảnh hưởng $R_w(t)$, thay về phải của phương trình (5) bằng một nguồn đều (uniform source term) phụ thuộc thời gian. Lúc này, phương trình khuếch tán (5) trở thành:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rk \frac{\partial s}{\partial r} \right) = I(t), \quad r_0 \leq r \leq R_w(t) \quad (12)$$

Phương trình (12) bây giờ có thể được giải bằng việc tính đến các điều kiện biên (9), có thể nhận được nguồn đều $I(t)$ phụ thuộc thời gian như sau:

$$I(t) = \frac{4ks_0}{2R_w(t)^2 \ln \frac{R_w(t)}{r_0} - R_w(t)^2 + r_0^2} \quad (13)$$

Và sự phân bố áp lực nước lỗ rỗng theo biểu thức:

$$s(r,t) = s_0 \times \left(1 - \frac{2R_w(t)^2 \ln \frac{r}{r_0} - r^2 + r_0^2}{2R_w(t)^2 \ln \frac{R_w(t)}{r_0} - R_w(t)^2 + r_0^2} \right) \quad (14)$$

Thế phương trình (14) vào phương trình (8) và phương trình (10), nhận được dạng tổng quát của $Q(t)$ và $V(t)$ như sau:

$$Q(t) = 2\pi ks_0 \left[\ln \left(\lambda^{\frac{\lambda^2}{\lambda^2-1}} \right) - \frac{1}{2} \right]^{-1} \quad (15)$$

và

$$V(t) = \pi r_0 S^* s_0 \left[\lambda^2 - 4 \ln \left(\lambda^{\frac{\lambda^2}{\lambda^2-1}} \right) + 1 \right] \times \left[4 \ln \left(\lambda^{\frac{\lambda^2}{\lambda^2-1}} \right) - 2 \right]^{-1} \quad (16)$$

Trong đó: $\lambda = R_w(t)/r_0$.

Để ý đến phương trình (11) và sự biến thiên của $V(t)$ theo $R_w(t)$, có thể viết:

$$Q(t) = \frac{\partial V}{\partial R_w} \frac{\partial R_w}{\partial t} \quad (17)$$

Sau một vài biến đổi, ta nhận được quan hệ sau đây:

$$\frac{kt}{S^* r_0^2} = \int_1^\lambda \frac{\ln \left(\frac{u^2+1}{u^2-1} \right) - 1}{4 \ln \left(\frac{u^2}{u^2-1} \right) - 2} u du \quad (18)$$

Sự phức tạp của biểu thức dưới dấu tích phân trong phương trình (18) làm cho tích phân không tính được. Để khắc phục vấn đề này, Perrochet (2005) đã sử dụng phép tính gần đúng dựa trên phân tích đa thức:

$$\frac{kt}{S^* r_0^2} \cong \frac{1}{\pi e} \left(\lambda^{\frac{\lambda^2}{\lambda^2-1}} - \sqrt{e} \right)^2 \quad (19)$$

Trong đó: e (hằng số toán học) - số Ơle.

Có thể dễ dàng xác định tỷ số λ theo quan hệ sau:

$$\lambda^{\frac{\lambda^2}{\lambda^2-1}} \cong \sqrt{e} \left(1 + \sqrt{\frac{\pi kt}{S^* r_0^2}} \right) \quad (20)$$

Trong đó, bán kính $R_w(t)$ được tính:

$$R_w(t) = \lambda r_0 \quad (21)$$

Vì vậy, tại mỗi thời điểm, dòng thấm không ổn định (phụ thuộc thời gian) trong môi trường đồng nhất đẳng hướng có thể tìm được bằng phương pháp giải tích, trong đó nghiệm của áp lực nước lỗ rỗng (phương trình (14)) biến thiên từ $s_0 = p_0 - p_{ff}$ trên vách giếng ($r=r_0$) đến $s_{ff}=0$ tại $r=R_w(t)$ với $R_w(t)$ được xác định từ phương trình (20) và phương trình (21). Lưu ý rằng giá trị $R_w(t)$ không thể lớn mãi được mà nó sẽ nhận một giá trị giới hạn chính bằng khoảng cách từ giếng đến biên của tầng chứa nước (mặt cách nước).

Lúc này, lời giải trường áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng khoan của bài toán ban đầu là:

$$p = p_{ff} +$$

$$s_0 \left(1 - \frac{2R_w(t)^2 \ln \frac{r}{r_0} - r^2 + r_0^2}{2R_w(t)^2 \ln \frac{R_w(t)}{r_0} - R_w(t)^2 + r_0^2} \right) \quad (22)$$

2.3. Ví dụ và thảo luận

Xét một giếng khoan nằm ngang bán kính $r_0 = 0,2$ m đặt trong tầng đá gốc ở độ sâu $H = 500$ m dưới mặt đất. Hệ số thấm của đá là $k = 10^{-7}$ m/s. Vì là giếng đặt sâu và/hoặc có bán kính nhỏ nên có

thể coi như giếng được đặt trong môi trường vô hạn với trường áp lực nước lỗ rỗng ban đầu phân bố đều và bằng $p_{ff} = 5 \text{ MPa}$. Áp lực dung dịch khoan giả thiết bằng $p_0 = 3 \text{ MPa}$.

Để đánh giá sự chính xác của lời giải giải tích, một mô phỏng số được thực hiện cho giếng khoan dựa trên phần mềm phần tử hữu hạn ASTER. Vì tính đối xứng của giếng qua hai trục nằm ngang và thẳng đứng đi qua tim giếng, mô hình của $\frac{1}{4}$ giếng được sử dụng trong mô phỏng số (Hình 4). Kích thước của mô hình hình học và điều kiện biên được minh họa trên Hình 4. Phần tử hữu hạn tứ giác 4 điểm nút được sử dụng. Lưới phần tử được chia mịn để đảm bảo kết quả số nhận được đủ độ chính xác. Ở ví dụ này, $\frac{1}{4}$ vách giếng được rời rạc thành 50 phần tử.

Hình 5 hiển thị áp lực nước lỗ rỗng trên 2 cạnh, cạnh thẳng đứng và cạnh nằm ngang (mà đường kéo dài của nó đi qua tâm giếng). Có thể thấy có sự phù hợp giữa kết quả của lời giải giải tích (biểu thị bằng đường nét liền) và kết quả tính toán số (biểu thị bằng đường nét đứt). Như vậy, lời giải giải tích ở đây là chính xác.

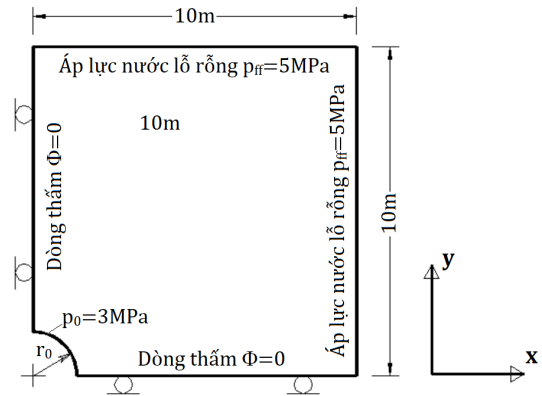
Các Hình 6, 7 thể hiện sự phân bố áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng khoan ở thời điểm $t_1 = 1$ giờ và $t_2 = 1$ ngày sau khi khoan (giả thiết rằng giếng khoan được hình thành ngay lập tức bởi quá trình khoan giếng). Như được dự báo trước, áp lực nước lỗ rỗng phân bố đối xứng qua trục của giếng khoan.

Ở thời điểm 1 ngày sau khi khoan giếng, ta có thể tính lưu lượng nước chảy về giếng theo công thức (15) bằng $0,186 \text{ m}^3 / 1 \text{ m}$ dài giếng/giây.

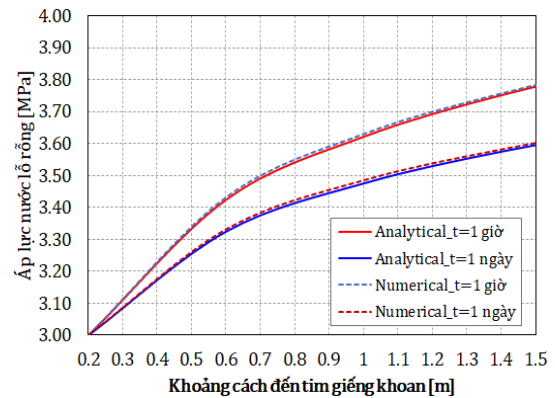
3. Xác định trường phân bố áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng khoan trong môi trường đồng nhất, đẳng hướng ngang

3.1. Mô tả bài toán

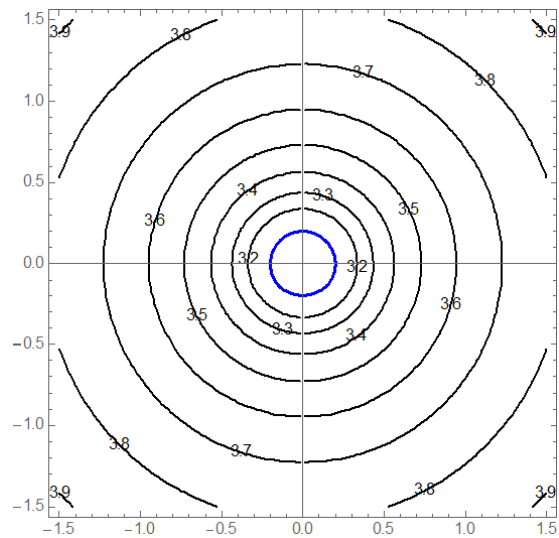
Xét một giếng khoan nằm ngang đặt sâu với bán kính r_0 được khoan trong môi trường đá có cấu tạo dạng phiến mà biểu thị tính chất bất đẳng hướng (đẳng hướng ngang) như thể hiện trên Hình 8. Trục của giếng song song với trục z của hệ trục tọa độ Đề-các vuông góc và mặt cắt ngang của giếng nằm trong mặt phẳng (x,y) cũng là mặt phẳng bất đẳng hướng của môi trường. Áp lực nước lỗ rỗng là p_{ff} ở vô cùng và tại vách giếng là p_0 .



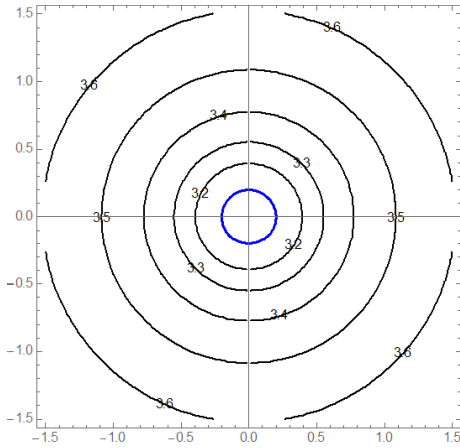
Hình 4. Mô hình hình học và điều kiện biên của mô phỏng số.



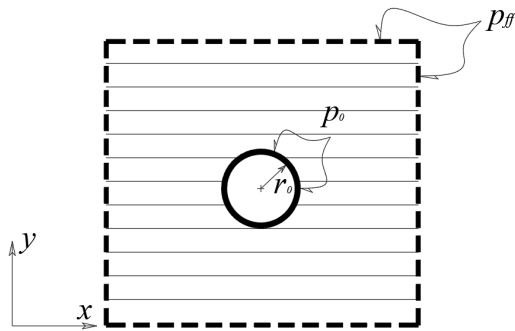
Hình 5. Áp lực nước lỗ rỗng trên đường hướng tâm giếng khoan tại thời điểm 1 giờ và 1 ngày.



Hình 6. Phân bố áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng khoan ở thời điểm $t=1$ giờ [MPa].



Hình 7. Phân bố áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng khoan ở thời điểm $t=1$ ngày [MPa].



Hình 8. Giếng khoan đặt sâu trong môi trường đồng nhất đẳng hướng ngang bão hòa nước.

Nhiệm vụ của bài toán là đi tìm sự phân bố của trường áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng khoan nói trên.

3.2. Xác định trường áp lực nước lỗ rỗng trong môi trường bất đẳng hướng xung quanh giếng khoan dựa trên tiếp cận giải tích

Trong trường hợp này, ta sẽ giải quyết bài toán cho dòng thấm khi nó đạt tới trạng thái ổn định. Một trạng thái ổn định của áp lực lỗ rỗng sẽ đạt được sau thời gian đủ dài, khi mà áp lực dư trong lỗ rỗng tiêu tán. Sự phân bố áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng khoan ở trạng thái ổn định phải thỏa mãn phương trình sau (Wang, 2000):

$$k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0 \quad (23)$$

Nhân cả 2 vế của phương trình trên với $\sqrt{k_y/k_x}$, ta có:

$$\sqrt{k_x k_y} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \sqrt{\frac{k_y}{k_x}} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0 \quad (24)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{k_x k_y} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \sqrt{k_x k_y} \frac{\partial^2 p}{\frac{k_x}{k_y} \partial y^2} = 0 \quad (25)$$

$$\Leftrightarrow k_e \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_e \frac{\partial^2 p}{\partial \left(y \sqrt{\frac{k_x}{k_y}} \right)^2} = 0 \quad (26)$$

Với $k_e = \sqrt{k_x k_y}$

Bây giờ sẽ thực hiện phép đổi biến bằng việc đưa vào các biến sau $X = x, Y = y \sqrt{k_x/k_y}$ và thế vào phương trình (26), sẽ nhận được phương trình Laplace viết trong hệ tọa độ (x, y) :

$$k_e \frac{\partial^2 p}{\partial X^2} + k_e \frac{\partial^2 p}{\partial Y^2} = 0 \quad (27)$$

Cần lưu ý rằng, phương trình khuếch tán của áp lực nước lỗ rỗng vào giếng trong môi trường bất đẳng hướng (phương trình (23)) đã được biến đổi thành phương trình khuếch tán của áp lực nước lỗ rỗng trong môi trường đẳng hướng tương đương (27). Trong hệ tọa độ mới này, mặt cắt ngang của hàm đã suy biến thành một hình e-líp với hai bán trục $a = r_0$ và $b = r_0 \sqrt{k_x/k_y}$. Để giải phương trình (27), có thể sử dụng phép ánh xạ bảo giác (Lekhnitskii, 1963) biến miền bên ngoài hình e-líp có hai bán trục (a, b) trong mặt phẳng Z_w (biến phức Z_w được định nghĩa là $Z_w = X + iY, i^2 = -1$) thành miền bên ngoài đường tròn đơn vị trong mặt phẳng ζ_w . Một cách toán học, ánh xạ bảo giác có thể được viết như sau (Lekhnitskii, 1963):

$$Z_w = w(\zeta_w) = \frac{a + b}{2} \zeta_w + \frac{a - b}{2} \zeta_w^{-1} \quad (28)$$

hoặc viết dưới dạng ngược:

$$\zeta_w = \frac{Z_w + \sqrt{Z_w^2 - a^2 + b^2}}{a + b} \quad (29)$$

Hay nói cách khác, bằng một phép biến đổi tổng hợp, sẽ có miền bên ngoài của giếng có bán kính r_0 trong mặt phẳng $z = x + iy \sqrt{k_x/k_y}$ biến thành miền bên ngoài đường tròn đơn vị trong mặt phẳng ζ_w .

Có thể thấy rằng, trong mặt phẳng ζ_w trường áp lực nước lỗ rỗng sẽ phân bố đẳng hướng xung

quanh đường tròn đơn vị, tức là nó có tính đối xứng qua tâm của đường tròn. Do đó, trong mặt phẳng ζ_w dòng thấm xung quanh giếng (hình tròn đơn vị) là dòng thấm xuyên tâm và có thể được diễn đạt như là hàm của bán kính cực ρ trong mặt phẳng này (Fitts, 2006):

$$p = C_1 + C_2 \ln \rho \quad (30)$$

Trong đó, các hằng số C_1 và C_2 được xác định theo các điều kiện biên: áp lực nước lỗ rỗng tại chu tuyến giếng bằng p_0 (tương ứng với $\rho = 1$ trong mặt phẳng ζ_w) và bằng p_{ff} tại vô cùng (tương ứng với $\rho = \infty$ trong mặt phẳng ζ_w). Tuy nhiên, xuất phát từ một quan điểm thực hành là, ở phạm vi bên ngoài một khoảng cách đủ lớn nào đó tính từ vách giếng, có thể coi áp lực nước lỗ rỗng không đổi và bằng với giá trị ban đầu, $p = p_{ff}$ (Hình 9).

Trong mặt phẳng ζ_w , có thể coi rằng khoảng cách này được biểu thị bằng một đường tròn bán kính $\rho = R \gg 1$. Vì vậy, từ các điều kiện biên ta có thể nhận được hai hằng số C_1 và C_2 như sau:

$$C_1 = p_0; C_2 = \frac{p_{ff} - p_0}{\ln R} \quad (31)$$

Vì biến phức của mặt phẳng ζ_w có thể được viết dưới dạng $\zeta_w = \rho e^{i\theta}$, sẽ nhận được diễn đạt cuối cùng của áp lực nước lỗ rỗng xung quanh đường tròn đơn vị là:

$$p = p_{ff} - \frac{p_0 - p_{ff}}{\ln R} \operatorname{Re} \left[\ln \left(\frac{\zeta_w}{R} \right) \right] \quad (32)$$

Bằng phép biến đổi ngược, tức là thế phương trình (29) vào phương trình (32), sẽ có được trường áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng khoan.

Lưu lượng nước chảy về giếng cũng có thể được tính theo công thức:

$$Q_w = k_e \int_0^{2\pi} \left. \frac{\partial \phi}{\partial \rho} \right|_{\rho_0} \rho_0 d\theta \quad (33)$$

$$= \frac{k_e}{\gamma_w} \int_0^{2\pi} \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_{\rho_0} \rho_0 d\theta$$

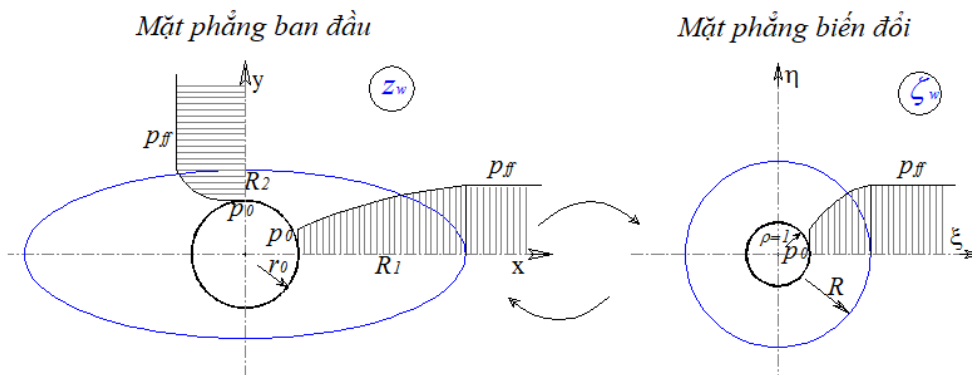
Biểu diễn $\zeta_w = \rho e^{i\theta}$ trong phương trình (32) được thế vào phương trình (33) sẽ nhận được biểu thức sau:

$$Q_w = \frac{2\pi k_e (p_{ff} - p_0)}{\gamma_w \ln R} \quad (34)$$

3.3. Ví dụ và thảo luận

Xét một giếng khoan nằm ngang bán kính $r_0 = 0,2$ m đặt trong tầng đá gốc ở độ sâu $H = 500$ m dưới mặt đất. Hệ số thấm của đá trong phương ngang và phương đứng lần lượt là: $k_x = 10^{-6}$ m/s và $k_y = 10^{-7}$ m/s. Vì là giếng đặt sâu và/hoặc có bán kính nhỏ nên có thể coi như giếng được đặt trong môi trường vô hạn với trường áp lực nước lỗ rỗng ban đầu phân bố đều và bằng $p_{ff} = 5$ MPa. Áp lực dung dịch khoan cũng được giả thiết bằng $p_0 = 3$ MPa. Bây giờ sẽ đi tìm sự phân bố của áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng sau khi giếng được đào và chế độ thấm của nước về giếng đã đạt đến trạng thái ổn định và không áp.

Để kiểm tra độ chính xác của lời giải giải tích, một mô phỏng số được thực hiện cho giếng dựa trên phần mềm phần tử hữu hạn ASTER. Mô phỏng số cũng được thực hiện dựa trên mô hình hình học và các điều kiện biên như trong trường hợp môi trường đẳng hướng (Hình 4) chỉ khác là, ở đây, tính chất bất đẳng hướng của vật liệu với



Hình 9. Sự phân bố áp lực nước lỗ rỗng trong mặt phẳng ban đầu và trong mặt phẳng biến đổi.

các hệ số thấm theo hai phương x, y khác nhau được sử dụng.

Hình 10 biểu thị áp lực nước lỗ rỗng trên 2 cạnh, cạnh thẳng đứng và cạnh nằm ngang (mà đường kéo dài của nó đi qua tâm giếng). Trên biểu đồ, đường nét liền tương ứng với kết quả giải tích còn đường nét đứt tương ứng với kết quả số.

Có thể thấy rằng kết quả tính toán giải tích và kết quả tính toán số khá sát nhau. Điều này cho thấy lời giải giải tích đảm bảo chính xác.

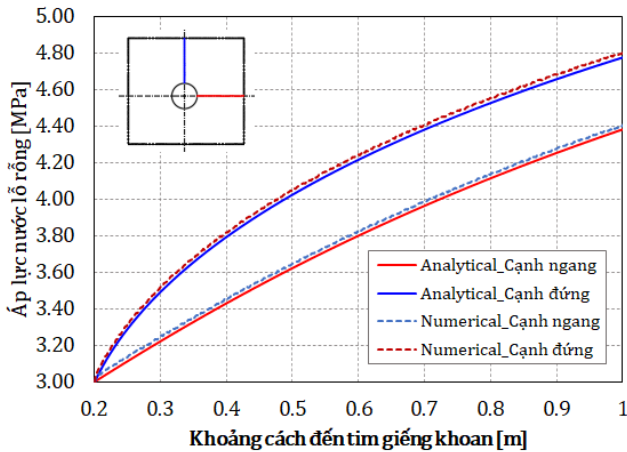
Hình 11 trình bày sự phân bố của áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng khoan. Như được dự

báo, áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng phân bố không đối xứng qua tâm của giếng như trong trường hợp môi trường đồng nhất, đẳng hướng. Trong trường hợp này, môi trường xung quanh giếng là đồng nhất, bất đẳng hướng và hệ số thấm phương ngang lớn hơn theo phương đứng nên nhận thấy có sự phân bố áp lực nước lỗ rỗng lệch về phương ngang. Trong phương ngang, gradient thủy lực nhỏ hơn trong phương đứng nên lưu lượng chảy về giếng theo phương ngang là nhỏ nhất và tăng dần theo chu tuyến hàm đến giá trị cực đại tại khu vực phương đứng.

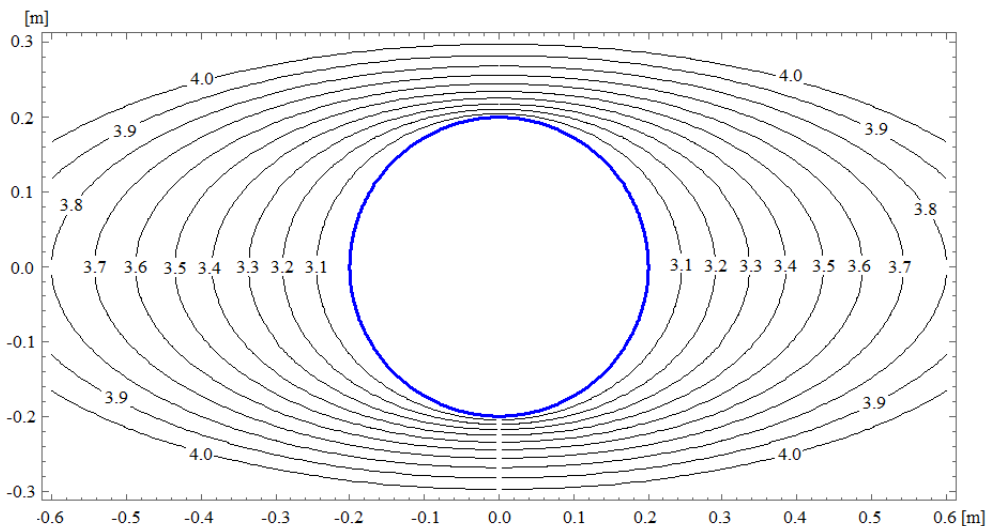
Sử dụng công thức (34) cũng tính được lưu lượng nước chảy về giếng xấp xỉ $13,26 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, tức là $11,46 \text{ m}^3/1 \text{ m}$ dài giếng/ngày đêm.

5. Kết luận

Nghiên cứu đã trình bày được các lời giải giải tích xác định sự phân bố của trường áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng khoan nằm ngang cũng như lưu lượng nước chảy về giếng. Giếng khoan được đặt ở tầng sâu trong môi trường bão hòa, đồng nhất, đẳng hướng hoặc đồng nhất, bất đẳng hướng. Các lời giải dựa trên lý thuyết vận chuyển nước trong môi trường và kỹ thuật ánh xạ bảo giác của phương pháp biến phức. Tính chính xác của các lời giải giải tích được kiểm tra bởi các lời giải số dựa trên phương pháp phần tử hữu hạn. Một số ví dụ cụ thể được thực hiện bằng việc sử dụng lời giải giải tích xây dựng được.



Hình 10. Áp lực nước lỗ rỗng trong trên hai cạnh nằm ngang và thẳng đứng có đường kéo dài qua tâm giếng khoan.



Hình 11. Sự phân bố của áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng khoan trong môi trường đẳng hướng ngang [MPa].

Lời giải giải tích nhận được có thể được dùng như một công cụ phân tích nhanh và chính xác, trường áp lực nước lỗ rỗng xung quanh giếng khoan nằm ngang đặt sâu cũng như lượng nước chảy về giếng để phục vụ công tác thiết kế sơ bộ giếng khoan và đánh giá mức độ ổn định của vách giếng. Hơn nữa, lời giải giải tích cũng được xem như một lời giải tham chiếu để đánh giá độ chính xác và tin cậy của mô phỏng số với một số điều kiện biên đơn giản hóa trước khi nó được phát triển cho các bài toán với các điều kiện biên phức tạp hơn.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ Phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) trong đề tài mã số 105.99-2020.21.

Đóng góp của các tác giả

Trần Nam Hưng - lên ý tưởng, tổng hợp tài liệu, xây dựng các lời giải giải tích, viết bản thảo bài báo; Nguyễn Thị Thu Nga - thực hiện mô phỏng số để đánh giá sự chính xác của các lời giải giải tích; Triệu Hùng Trường - tổng hợp tài liệu, đánh giá và chỉnh sửa bản thảo bài báo.

Tài liệu tham khảo

- El Tani, M. (2003). Circular tunnel in a semi-infinite aquifer. *Tunn Undergr Space Technol*, 8(1), 49-55.
- Fitts, C.R. (2006). Exact solution for two-dimensional flow to a well in an anisotropic domain. *Ground Water*, 44(1), 99-101.

- Jacob, C. E., & Lohman S. W. (1952). Nonsteady flow to a well of constant drawdown in an extensive aquifer. *Trans AGU*, 33(4), 559-569.
- Lekhnitskii, S. G. (1963). *Theory of elasticity of an anisotropic elastic body*. San Francisco: Holden-Day, Inc.
- Ming H., Wang M., Tan Z., Wang X. (2010). Analytical solutions for steady seepage into an underwater circular tunnel. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 25(4), 391-396.
- Nguyễn, T. P. (2019). *Thiết kế hầm giao thông*. Nhà xuất bản Xây dựng. 384 trang.
- Park, K., Owatsiriwong, A., & Lee J. (2008). Analytical solution for steady-state groundwater inflow into a drained circular tunnel in a semi-infinite aquifer: a revisit. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 23(2), 206-209.
- Perrochet, P. (2005). A simple solution to tunnel or well discharge under constant drawdown. *Hydrogeology Journal*, 13(5), 886-888.
- Trần, T. M. (2020). *Cơ học và tính toán kết cấu chống giữ công trình ngầm (Tập 2)*. Nhà xuất bản Xây dựng. 372 trang.
- Vũ, T. T. G., & Đỗ, N. T. (2012). Phân tích thời điểm lắp dựng kết cấu vỏ hầm theo phương pháp khống chế hội tụ. *Tạp chí Cầu đường Việt Nam*, 5, 25-30.
- Wang, H. F. (2000). *Theory of linear poroelasticity with applications to geomechanics and hydrogeology*. Princeton University Press, Princeton.